Министерство просвещения Республики Башкортостан
ГБПОУ Октябрьский многопрофильный профессиональный колледж

Утверждено
на заседании МС
Протокол № _1_
от «31» __августа__ 202_6_г.

Рассмотрено
на заседании ПЦК преподавателей
общеобразовательных дисциплин,
воспитателей
Протокол № _1_ от «31» __августа__ 202_6_г.
Председатель ПЦК _____ Н.Г. Фаттахова

# МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПРОВЕДЕНИЮ ПРАКТИЧЕСКИХ РАБОТ

## ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ ОДБ.07 МАТЕМАТИКА

ОСНОВНОЙ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ
ПОДГОТОВКИ КВАЛИФИЦИРОВАННЫХ РАБОЧИХ (СЛУЖАЩИХ) ПО ПРОФЕССИИ
СРЕДНЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
13.01.10 ЭЛЕКТРОМОНТЕР ПО РЕМОНТУ И ОБСЛУЖИВАНИЮ ЭЛЕКТРООБОРУДОВАНИЯ
(ПО ОТРАСЛЯМ)

Разработала преподаватель: _____ К.Ф.Ахметгареева

2026

Данная работа содержит методические указания к практическим работам по дисциплине «Математика» и предназначена для обучающихся по программам подготовки квалифицированных рабочих (служащих).

Цель разработки: оказание помощи обучающимся в выполнении практических работ по предмету «Математика».

**Содержание**


1. Пояснительная записка
2. Методические рекомендации по выполнению практических работ
3. Перечень практических работ
4. Содержание практических работ
5. Список использованной литературы
6. Приложения

## 1. Пояснительная записка

Практические занятия служат связующим звеном между теорией и практикой. Они необходимы для закрепления теоретических знаний, полученных на уроках теоретического обучения, а так же для получения практических знаний.

Практические задания выполняются обучающимся самостоятельно, с применением знаний и умений, полученных на уроках, а так же с использованием необходимых пояснений, полученных от преподавателя при выполнении практического задания. К практическому занятию от обучающегося требуется предварительная подготовка, которую он должен провести перед занятием.

Методические рекомендации по выполнению практических работ составлены в соответствии с Государственными требованиями к минимуму содержания и уровню подготовки студентов по программам подготовки специалистов среднего звена и , обучающихся по программам подготовки квалифицированных рабочих (служащих)

Практические задания разработаны в соответствии с учебной программой. В зависимости от содержания они могут выполняться обучающимися индивидуально или фронтально.

Цели практических занятий:

- помочь систематизировать, закрепить и углубить знания теоретического характера;
- научить приемам решения практических задач, способствовать овладению навыками и умениями выполнения расчетов, графических и других видов заданий;
- научить их пользоваться справочной литературой и таблицами;
- формировать умение учиться самостоятельно, т. е. овладевать методами, способами и приемами самообучения, саморазвития и самоконтроля.

В результате проведения практических занятий по дисциплине «Математика» обучающийся должен:

знать:

- основные математические методы решения прикладных задач;
- определение логарифма числа и основные свойства логарифмов;
- основные определения и теоремы о параллельности и перпендикулярности прямых, прямой и плоскости и плоскостей в пространстве
- определение вектора и действия над векторами;
- основные формулы решения тригонометрических уравнений;
- основные определения многогранников и круглых тел;
- основные формулы вычисления площадей плоских фигур, формул площадей поверхности и объемов многогранников и круглых тел;

уметь:

- находить логарифм числа, решать простейшие логарифмические уравнения, используя свойства логарифмов;
- строить чертежи к задачам и находить расстояние между плоскостями, расстояние от точки до плоскости,
- находить проекцию наклонной и длину наклонной;
- находить производные функций;
- решать прикладные задачи с использованием элементов дифференциального и интегрального исчислений;
- решать тригонометрические уравнения и системы уравнений;
- строить графики функций и проводить преобразования над ними;
- строить сечения многогранников и круглых тел;
- вычислять площади поверхности и объемы многогранников и круглых тел;

## 2. Методические рекомендации по выполнению практических работ

Методические рекомендации разработаны на основании требований ФГОС среднего общего образования, предъявляемых к структуре, содержанию и результатам освоения учебной дисциплины «Математика», в соответствии с приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 17.05.2012г. №413 «Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта среднего общего образования», приказом Министерства просвещения Российской федерации от 12.08.2022 №732 «О внесении изменений в федеральный государственный образовательный стандарт среднего общего образования, утвержденный приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 17.05.2012 г. №413», приказом Министерства просвещения Российской Федерации от 23.11.2022 г. «Об утверждении федеральной образовательной программы среднего общего образования», приказом Министерства просвещения Российской Федерации от 28.04.2023 № «Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта среднего профессионального образования по профессии 13.01.10 «Электромонтер по ремонту и обслуживанию электрооборудования (по отраслям)» (Зарегистрирован в Минюсте России 05.06.2023 № 73728), «Примерной рабочей программы общеобразовательной дисциплины Математика» для профессиональных организаций», рекомендованный ФГБОУ ДПО «Институт развития профессионального образования», протокол №14 от 30.11.2022 г.

Для того чтобы практические занятия приносили максимальную пользу, необходимо помнить, что упражнение и решение ситуативных задач проводятся по вычитанному на лекциях материалу и связаны, как правило, с детальным разбором отдельных вопросов лекционного курса. Следует подчеркнуть, что только после усвоения лекционного материала с определенной точки зрения (а именно с той, с которой он излагается на лекциях) он будет закрепляться на практических занятиях как в результате обсуждения и анализа лекционного материала, так и с помощью решения ситуативных задач. При этих условиях обучающийся не только хорошо усвоит материал, но и научится применять его на практике, а также получит дополнительный стимул (и это очень важно) для активной проработки лекции.

При самостоятельном решении поставленных задач нужно обосновывать каждый этап действий, исходя из теоретических положений курса. Если обучающийся видит несколько путей решения проблемы (задачи), то нужно сравнить их и выбрать самый рациональный. Полезно до начала решения поставленных задач составить краткий план решения проблемы (задачи). Решение проблемных задач или примеров следует излагать подробно, нужно сопровождать комментариями, схемами, чертежами и рисунками, инструкциями по выполнению.

Следует помнить, что решение каждой учебной задачи должно доводиться до окончательного логического ответа, которого требует условие, и по возможности с выводом. Полученный результат следует проверить способами, вытекающими из существа данной задачи.

Продолжительность ПЗ - не менее одного академического часа. Необходимыми структурными элементами практического занятия, помимо самостоятельной деятельности обучающихся, являются инструктаж, проводимый преподавателем, а также анализ и оценка выполненных работ и степени овладения обучающимися запланированными умениями.

Выполнению практических занятий предшествует проверка знаний обучающихся - их теоретической готовности к выполнению задания. Практические занятия носят репродуктивный характер.

Работы, носящие репродуктивный характер, отличаются тем, что при их проведении обучающиеся пользуются подробными инструкциями, в которых указаны: цель работы, пояснения (теория, основные характеристики), оборудование, аппаратура, материалы и их характеристики, порядок выполнения работы, таблицы, выводы (без формулировки), контрольные вопросы, учебная и специальная литература.

Формы организации обучающихся на практических занятиях - индивидуальная. При индивидуальной форме организации занятий каждый обучающийся выполняет индивидуальное задание(задания по вариантам).

Структура проведения сводится к следующему:

- сообщение темы и цели работы;
- актуализация теоретических знаний, которые необходимы для практической деятельности;
- разработка алгоритма проведения практической деятельности;

- непосредственное проведение практических работ;
- оформление работы в тетрадях для практических работ;
- обобщение и систематизация полученных результатов.

Оценки за выполнение практических работ выставляются по пятибалльной системе и учитываются как показатели текущей успеваемости обучающихся.

**Ход выполнения практической работы**

Практические работы необходимо выполнять в рабочих тетрадях с указанием даты, темы работы.

Ход работы:

1. Познакомиться с теоретическим материалом
2. Сделать краткий конспект теоретического материала в рабочих тетрадях (основные понятия, определения, формулы, примеры)
3. В тетрадях для практических работ выполнить самостоятельную работу или решить номера, которые указаны в работе.
4. Сдать преподавателю тетради для практических работ.

**Критерии оценивания практических работ**

Оценка «5» ставится, если верно и рационально решено 91%-100% предлагаемых заданий, допустим 1 недочет, неискажающий сути решения.

Оценка «4» ставится при безошибочном решении 80%(до 90%) предлагаемых заданий.

Оценка «3» ставится, если безошибочно выполнено 50% предлагаемых заданий (до 49%).

Оценка «2» - решено менее 50% предлагаемых заданий.

## 3. Перечень практических работ

- Практическая работа по теме «Геометрия на плоскости»
- Практическая работа по теме «Процентные вычисления»
- Практическая работа по теме «Уравнения и неравенства»
- Практическая работа по теме «Параллельные, перпендикулярные, скрещивающиеся прямые»
- Практическая работа по теме «Практико-ориентированные задачи на координатной плоскости»
- Практическая работа по теме «Преобразование графиков тригонометрических функций»
- Практическая работа по теме «Описание производственных процессов с помощью графиков функций»
- Практическая работа по теме «Применение комплексных чисел»
- Практическая работа по теме «Физический смысл производной в профессиональных задачах»
- Практическая работа по теме «Нахождение оптимального результата с помощью производной в практических задачах»
- Практическая работа по теме «Примеры симметрий в профессии»
- Практическая работа по теме «Правильные многогранники, их свойства»
- Практическая работа по теме «Комбинации многогранников и тел вращения»
- Практическая работа по теме «Геометрические комбинации на практике»
- Практическая работа по теме «Определенный интеграл в жизни»
- Практическая работа по теме «Решение показательных уравнений и неравенств»
- Практическая работа по теме «Логарифмы в природе и технике»
- Практическая работа по теме «Операции с множествами»
- Практическая работа по теме «Графы»
- Практическая работа по теме «Вероятность в профессиональных задачах»
- Практическая работа по теме «Составление таблиц и диаграмм на практике»
- Практическая работа по теме «Составление и решение профессиональных задач с помощью уравнений»
- Практическая работа по теме «Решение задач. Уравнения и неравенства»

## 4. Содержание практических работ

### Практическая работа «Геометрия на плоскости»

Цель:

- закрепить и систематизировать знания по данной теме;
- овладеть навыками использования правил действий над векторами в векторной и координатной формах;

Средства обучения:

- методические указания для проведения практических занятий (карточки – задания).

Виды практической работы:

- решение задач.

### Справочный материал

***Аналитическая геометрия*** *– раздел математики, изучающий геометрические образы алгебраическими методами.*

*Прямая, служащая для изображения действительных чисел, в которой выбрана начальная точка О, единица измерения и положительное направление, называется числовой прямой, или числовой осью. Точка М этой прямой характеризуется определенным числом – координатой х, т.е.М(х).*

*Две взаимно перпендикулярные оси Ох и Оу, имеющие общее начало О и одинаковую единицу масштаба, образуют начало О и одинаковую единицу масштаба, образуют прямоугольную (или декартову) систему координат на плоскости.*

*Ось Ох называется осью абсцисс, ось Оу – осью ординат, точка О – началом координат, а плоскость Оху – координатной плоскостью. Каждой точке М этой плоскости соответствует пара чисел (х,у), называемых ее координатами, т.е. М(х,у), (х - абсцисса, у – ордината точки М).*

*Полярная система координат состоит из некоторой точки О, называемой полюсом, и исходящего из нее луча Ор, называемого полярной осью.*

### *Прямые на плоскости*

**1.** *Общее уравнение прямой*. Всякое уравнение первой степени с двумя неизвестными *x* и *y*, т.е. уравнение вида

$$Ax + By + C = 0 \qquad (1)$$

(где *A, B, C* – постоянные коэффициенты, причем $A^2 + B^2 \neq 0$) определяет на плоскости прямую. Это уравнение называется *общим уравнением прямой*.

*Частные случаи общего уравнения прямой*:

1) если $A = 0$, то уравнение приводится к виду $y = b$, где $b = -\frac{C}{B}$ (это есть уравнение прямой, параллельной оси *Ox*);

2) если $B = 0$, то уравнение прямой приводится к виду $x = a$, где $a = -\frac{C}{A}$ (прямая параллельна оси *Oy*);

3) если $C = 0$, то уравнение приводится к виду $Ax + By = 0$ (прямая проходит через начало координат).

**2.** *Уравнение прямой с угловым коэффициентом*. Если в общем уравнении прямой $B \neq 0$, то, разрешив его относительно *y,* получим уравнение вида

$$y = kx + b, \qquad (2)$$

где $k = -\frac{A}{B}$, $b = -\frac{C}{B}$. Его называют *уравнением прямой с угловым коэффициентом*.

**3.** *Уравнение прямой в отрезках*. Если в общем уравнении прямой $C \neq 0$, то, разделив все его части на *(– C),* получим уравнение вида

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1, \qquad (3)$$

где $a = -\frac{C}{A}$, $b = -\frac{B}{A}$.

**4.** *Уравнение прямой, проходящей через данную точку в данном направлении*. Если прямая проходит через точку $M_0(x_0, y_0)$ и ее направление характеризуется угловым коэффициентом *k*, то уравнение прямой имеет вид

$$y - y_0 = k(x - x_0). \qquad (4)$$

**5.** Данное уравнение (4) с различными значениями коэффициента *k* называют также *уравнениями пучка прямых* с центром в точке $M_0(x_0, y_0)$.

**6.** *Уравнение прямой, проходящей через две точки*. Если прямая проходит через точки $M_1(x_1, y_1)$ и $M_2(x_2, y_2)$, то уравнение прямой имеет вид

$$\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}, \qquad (5)$$

где $x_1 \neq x_2$, $y_1 \neq y_2$.

**7.** *Уравнение прямой, проходящей через данную точку перпендикулярно данному вектору*. Если прямая проходит через заданную точку $M_0(x_0, y_0)$ перпендикулярно данному ненулевому вектору $\vec{n}(A, B)$, то уравнение прямой имеет вид

$$A(x - x_0) + B(y - y_0) = 0. \qquad (6)$$

Вектор $\vec{n}(A, B)$, перпендикулярный прямой, называется *нормальным вектором этой прямой*.

**8.** *Полярное уравнение прямой*. Положение прямой в полярных координатах определено, если указано расстояние *p.* от полюса *O* до данной прямой и угол *α* между полярной осью *OP* и осью *l*, проходящей через полюс *O* перпендикулярно данной прямой (рис.1).

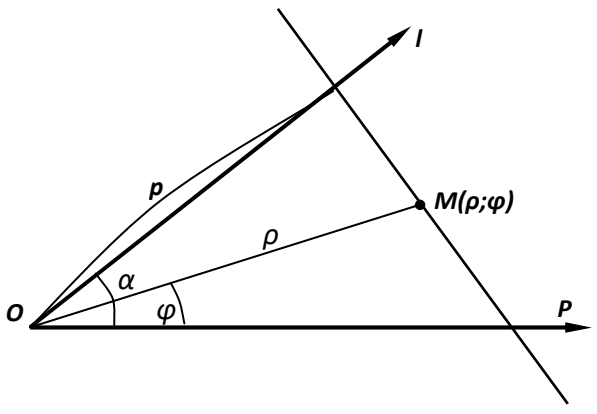



Рис.1

Для любой точки $M(\rho, \varphi)$ на данной прямой имеем

$$\rho\cos(\varphi-\alpha)=p\,. \qquad (7)$$

Прямоугольные координаты *(x; y)* точки *M* и ее полярные координаты $(\rho;\varphi)$ связаны соотношениями:

$$x=\rho\cos\varphi,\ y=\rho\sin\varphi \qquad (*) \qquad \rho=\sqrt{x^2+y^2},\ tg\varphi=\frac{y}{x} \qquad (**)$$

где $\rho$ - полярный радиус, $\varphi$ - полярный угол точки *M* (рис. 2).

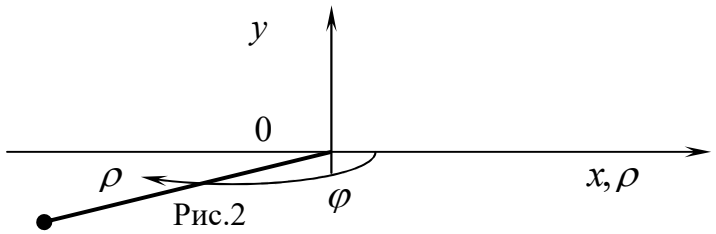


Рис.2

**9.** *Нормальное уравнение прямой*. Если прямая определяется заданием *p* и *α* (рис. 3), то уравнение (7) прямой в прямоугольной системе координат имеет вид

$$x\cdot\cos\alpha+y\cdot\sin\alpha-p=0\,. \qquad (8)$$

Уравнение (8) можно получить из общего уравнения прямой (1), умножив обе части данного уравнения на нормирующий множитель

$$\lambda=\pm\frac{1}{\sqrt{A^2+B^2}}, \qquad (9)$$

учитывая, что знак нормирующего множителя противоположен знаку свободного члена *C* общего уравнения прямой.

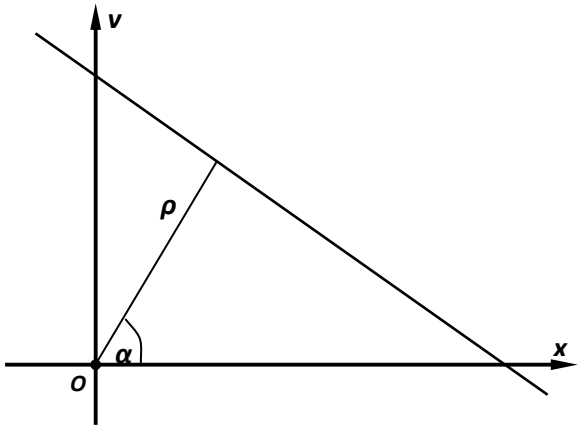


Рис.3

**10.** *Угол между прямыми*. Если прямые $L_1$ и $L_2$ заданы уравнениями с угловыми коэффициентами $y=k_1x+b_1$ и $y=k_2x+b_2$ соответственно, то тангенс угла между этими прямыми можно вычислить по формуле

$$tg\varphi=\left|\frac{k_2-k_1}{1+k_1\cdot k_2}\right|. \qquad (10)$$

**11.** *Условие параллельности двух прямых*. Для того чтобы прямые $L_1$ и $L_2$, заданные уравнениями с угловыми коэффициентами $y=k_1x+b_1$ и $y=k_2x+b_2$ соответственно, были параллельны, необходимо и достаточно, чтобы $k_1=k_2$.

Для того чтобы прямые $L_1$ и $L_2$, заданные уравнениями $A_1x + B_1y + C_1 = 0$ и $A_2x + B_2y + C_2 = 0$ соответственно, были параллельны, необходимо и достаточно, чтобы $\frac{A_1}{B_1} = \frac{A_2}{B_2}$.

**12.** *Условие перпендикулярности двух прямых*. Для того чтобы прямые $L_1$ и $L_2$, заданные уравнениями с угловыми коэффициентами $y = k_1x + b_1$ и $y = k_2x + b_2$ соответственно, были перпендикулярны, необходимо и достаточно, чтобы $k_1 \cdot k_2 = -1$.

Для того чтобы прямые $L_1$ и $L_2$, заданные уравнениями $A_1x + B_1y + C_1 = 0$ и $A_2x + B_2y + C_2 = 0$ соответственно, были перпендикулярны, необходимо и достаточно, чтобы $A_1 \cdot A_2 + B_1 \cdot B_2 = 0$.

**13.** *Расстояние от точки до прямой*. Если прямая $L$ задана уравнением $Ax + By + C = 0$ и точка $M_0(x_0, y_0)$ не принадлежит данной прямой, то расстояние от точки до прямой находится по формуле

$$d = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}. \qquad (11)$$

### *Прямые в пространстве*

**1.** Уравнения прямой в пространстве, проходящей через две заданные точки $M_0(x_0; y_0; z_0)$, $M_1(x_1; y_1; z_1)$, имеют вид

$$\frac{x - x_0}{x_1 - x_0} = \frac{y - y_0}{y_1 - y_0} = \frac{z - z_0}{z_1 - z_0}. \qquad (1)$$

**2.** Прямая может быть задана уравнениями двух плоскостей

$$\begin{cases} A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0, \\ A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0, \end{cases}$$

пересекающихся по этой прямой.

**3.** *Канонические уравнения* прямой

$$\frac{x - x_0}{l} = \frac{y - y_0}{m} = \frac{z - z_0}{n}$$

определяют прямую, проходящую через точку $M(x_0, y_0, z_0)$ параллельно вектору $s = l\vec{i} + m\vec{j} + n\vec{k}$.

**4.** *Параметрические уравнения* прямой

$$\begin{cases} x = lt + x_0, \\ y = mt + y_0, \\ z = nt + z_0. \end{cases}$$

**5.***Угол между двумя прямыми*, заданными их каноническими уравнениями $\frac{x - x_1}{l_1} = \frac{y - y_1}{m_1} = \frac{z - z_1}{n_1}$ и $\frac{x - x_2}{l_2} = \frac{y - y_2}{m_2} = \frac{z - z_2}{n_2}$, определяется по формуле

$$\cos\varphi = \frac{l_1 l_2 + m_1 m_2 + n_1 n_2}{\sqrt{l_1^{\,2} + m_1^{\,2} + n_1^{\,2}} \cdot \sqrt{l_2^{\,2} + m_2^{\,2} + n_2^{\,2}}}.$$

**6.** Необходимое и достаточное условие нахождения двух прямых, заданных их каноническими уравнениями, в одной плоскости (*условие компланарности двух прямых*):

$$\begin{vmatrix} x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ l_1 & m_1 & n_1 \\ l_2 & m_2 & n_2 \end{vmatrix} = 0.$$

Если величины $l_1, m_1, n_1$ не пропорциональны величинам $l_2, m_2, n_2$, то указанное соотношение является необходимым и достаточным условием пересечения двух прямых в пространстве.

**7.** Угол между прямой $\frac{x - x_0}{l} = \frac{y - y_0}{m} = \frac{z - z_0}{n}$ и плоскостью $Ax + By + Cz + D = 0$ определяется по формуле

$$\sin\varphi = \frac{Al + Bm + Cn}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2} \cdot \sqrt{l^2 + m^2 + n^2}};$$

*условие параллельности прямой и плоскости:*

$$Al + Bm + Cn = 0;$$

*условие перпендикулярности прямой и плоскости:*

$$A/l = B/m = C/n.$$

### *Плоскости в пространстве*

**1.** *Общее уравнение плоскости P* имеет вид

$$Ax + By + Cz + D = 0, \qquad (1)$$

где $\vec{N} = A\vec{i} + B\vec{j} + C\vec{k}$ – нормальный вектор плоскости (рис. 1).

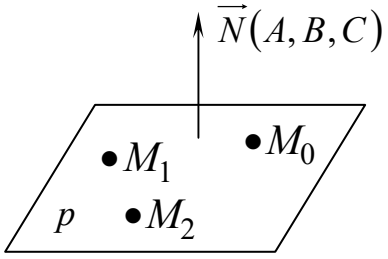



Рис.1

*Частные случаи общего уравнения плоскости:*

1.Если $D = 0$, то оно принимает вид *Ax+By+Cz=0*. Этому уравнению удовлетворяет точка *O(0;0;0).* Следовательно, в этом случае плоскость *проходит через начало координат.*

2.Если *C=0*, то имеем уравнение *Ax+By+D=0.* Нормальный вектор $\vec{N} = (A; B; 0)$ перпендикулярен оси *Oz*. Следовательно, плоскость параллельна *Oz*; если *B=0* – параллельна оси *Oy*, если *A=0* – параллельна оси *Ox*.

3.Если *C=D=0*, то плоскость проходит через *O(0;0;0)* параллельно оси *Oz*, т.е. плоскость *Ax+By=0* проходит через ось Oz. Аналогично, уравнениям *By+Cz=0* и *Ax+Cz=0* отвечают плоскости, проходящие соответственно через оси *Ox* и *Oy.*

4.Если *A=B=0*, то уравнение принимает вид *Cz +D=0*, т.е. $z = -\frac{D}{C}$. Плоскость параллельна плоскости *Oxy.* Аналогично, уравнениям *Ax+D=0* и *By+D=0* отвечают плоскости, соответственно параллельные плоскостям *Oyz* и *Oxz.*

5.Если *A=B=D=0*, то уравнение примет вид *Cz=0*, т.е. *z=0*. Это уравнение плоскости *Oxy*. Аналогично: *y=0* – уравнение плоскости *Oxz; x=0* – уравнение плоскости *Oyx*.

**2.** *Уравнение плоскости, проходящей через три заданные точки* $M_0(x_0;y_0;z_0)$, $M_1(x_1;y_1;z_1)$ и $M_2(x_2;y_2;z_2)$ имеет вид

$$\begin{vmatrix} x-x_0 & y-y_0 & z-z_0 \\ x_1-x_0 & y_1-y_0 & z_1-z_0 \\ x_2-x_0 & y_2-y_0 & z_2-z_0 \end{vmatrix} = 0. \qquad (2)$$

**3.** *Уравнение плоскости, проходящей через заданную точку перпендикулярно данному вектору*. Если в пространстве *Oxyz* плоскость *P* задана точкой $M_0(x_0;y_0;z_0)$ и вектором $\vec{N} = A\vec{i} + B\vec{j} + C\vec{k}$, перпендикулярным этой плоскости (рис. 2), то уравнение плоскости имеет вид

$$A(x-x_0)+B(y-y_0)+C(z-z_0)=0. \qquad (3)$$

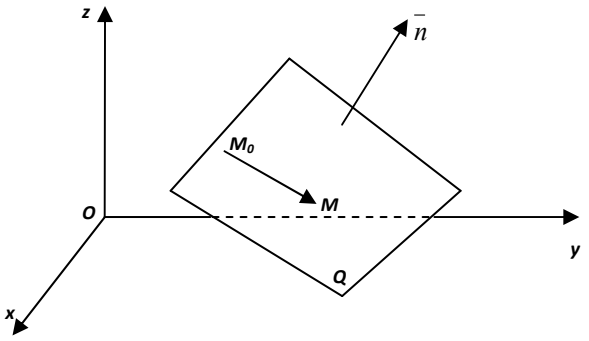



Рис. 2

**4.** *Уравнение плоскости в отрезках*. Если плоскость отсекает на осях *Ox, Oy, Oz* соответственно отрезки *a, b, c* (рис. 3), т.е. проходит через точки $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$ и $C(0;0;c)$, то уравнение плоскости имеет вид

$$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1. \qquad (4)$$

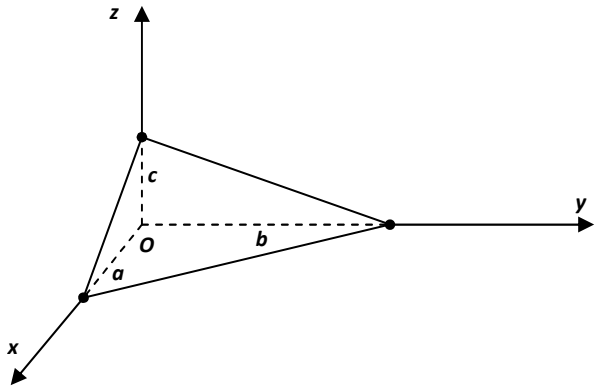



Рис. 3

*Замечание.* Уравнением (4) удобно пользоваться при построении плоскостей.

**5.** *Нормальное уравнение плоскости.* Положение плоскости *P* определяется заданием единичного вектора $\vec{e}$, имеющего направление перпендикуляра *OK*, проведенного на плоскость из начала координат, и длиной *p* этого перпендикуляра (рис. 4).

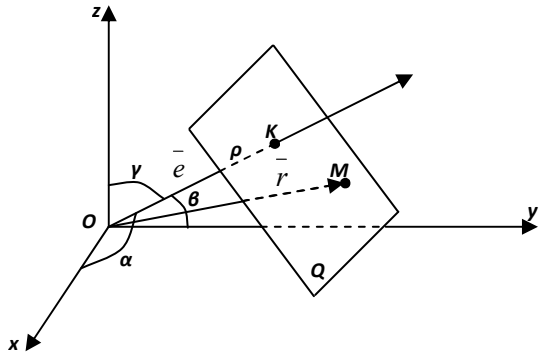



Рис. 4

Если α, β, γ – это углы, образованные единичным вектором $\vec{e}$ с осями *Ox, Oy, Oz* соответственно, то уравнение плоскости имеет вид

$$x \cdot \cos\alpha + y \cdot \cos\beta + z\cos\gamma - p = 0\,. \qquad (5)$$

*Замечание.* Общее уравнение плоскости (1) можно привести к нормальному уравнению (5), умножив обе части уравнения (1) на нормирующий множитель $\lambda = \pm\dfrac{1}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$, учитывая, что знак нормирующего множителя противоположен знаку свободного члена *D* общего уравнения плоскости.

**6.** *Угол между двумя плоскостями*, имеющими нормальные векторы $\overrightarrow{N_1} = A_1\vec{i} + B_1\vec{j} + C_1\vec{k}$ и $\overrightarrow{N_2} = A_2\vec{i} + B_2\vec{j} + C_2\vec{k}$ (рис. 5), определяется как угол между $\vec{N}_1$ и $\vec{N}_2$; косинус этого угла находится по формуле

$$\cos\varphi = \frac{\overrightarrow{N_1} \cdot \overrightarrow{N_2}}{\left|\overrightarrow{N_1}\right| \cdot \left|\overrightarrow{N_2}\right|}$$

или

$$\cos\varphi = \frac{A_1 \cdot A_2 + B_1 \cdot B_2 + C_1 \cdot C_2}{\sqrt{A_1^{\,2} + B_1^{\,2} + C_1^{\,2}} \cdot \sqrt{A_2^{\,2} + B_2^{\,2} + C_2^{\,2}}}. \qquad (6)$$

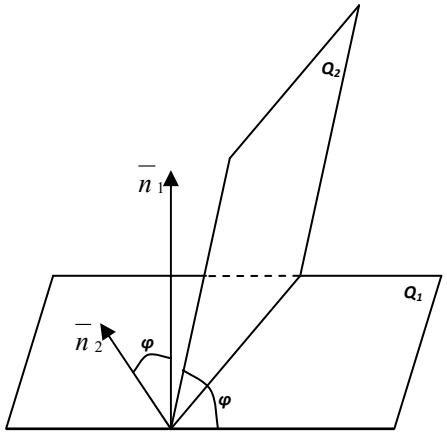



Рис. 5

**7.** Пусть заданы две плоскости $P_1$ и $P_2$ в виде общих уравнений плоскостей $A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0$, $A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0$ соответственно.

*Условие параллельности плоскостей*. Для того чтобы плоскости $P_1$ и $P_2$ были параллельны, необходимо и достаточно, чтобы $\frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2}$.

**8.** *Условие перпендикулярности плоскостей*. Для того чтобы плоскости $P_1$ и $P_2$ были перпендикулярны, необходимо и достаточно, чтобы $A_1 \cdot A_2 + B_1 \cdot B_2 + C_1 \cdot C_2 = 0$.

**9.** *Расстояние от точки до прямой.* Если прямая $L$ задана уравнением $Ax + By + Cz + D = 0$ и точка $M_0(x_0, y_0, z_0)$ не принадлежит данной прямой, то расстояние от точки до прямой находится по формуле

$$d = \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}. \qquad (7)$$

## Практическая работа

**Задания:**

1. Привести уравнение $-3x + 4y + 15 = 0$ к нормальному виду.
2. Найти расстояние от точки $M_0(2;-1)$ до прямой $-3x + 4y + 15 = 0$.
3. Составить уравнение прямой, проходящей через точки $A_1(4; -3; 1)$, $A_2(5; -3; 0)$.
4. Найти угол между плоскостью $P_1$, проходящей через точки $A_1(2; -4; 1)$, $A_2(-1; 2; 0)$, $A_3(0; -2; 3)$, и плоскостью $P_2$, заданной уравнением $5x + 2y - 3z + 1 = 0$.

**Контрольные вопросы**

1) Общее уравнение прямой.
1) Уравнение прямой с угловым коэффициентом.
2) Уравнение прямой в отрезках.
3) Нормальное уравнение прямой.
4) Уравнение прямой в пространстве, проходящей через две заданные точки.
5) Уравнение прямой в пространстве, заданной как линия пересечения плоскостей.

6) Канонические уравнения прямой в пространстве.
7) Параметрические уравнения прямой в пространстве.
8) Угол между прямой и плоскостью.
9) Условия параллельности и перпендикулярности прямой и плоскости.
10) Общее уравнение плоскости.
11) Уравнение плоскости, проходящей через три заданные точки.
12) Уравнение плоскости, проходящей через заданную точку перпендикулярно данному вектору.
13) Уравнение плоскости в отрезках.
14) Нормальное уравнение плоскости.
15) Угол между двумя плоскостями.
16) Условие параллельности плоскостей.
17) Условие перпендикулярности плоскостей.
18) Расстояние от точки до прямой.

## Практическая работа «Процентные вычисления»

Цель

- обобщить и сформировать умения решать задачи на проценты различной сложности

Средства обучения:

- методические указания для проведения практических занятий (карточки – задания).

Виды практической работы:

- решение задач

### Справочный материал

Слово « процент » происходит от латинских слов pro centum, что буквально означает « со ста ». Процент = одна сотая часть числа.

Понимание процентов и умение выполнять процентные вычисления в настоящее время необходимы каждому человеку. Очень велико прикладное значение этой темы. Она затрагивает финансовую, демографическую, экологическую, социологическую и другие сферы.

Рассмотрим три основных типа задач на проценты.

1)Нахождение процента от числа

Чтобы найти проценты от числа, можно проценты представить в виде десятичной дроби и число умножить на полученную десятичную дробь.

Задача: Предприятие изготовило за квартал 500 насосов, из которых 60 % имели высшую категорию качества. Сколько насосов высшей категории качества изготовило предприятие?

Решение: Найдем 60 % от 500 (общее количество насосов).
60 % = 0,6
500 • 0,6 = 300 насосов высшей категории качества.

Ответ: 300 насосов высшей категории качества.

2)Нахождение числа по его проценту Чтобы найти число по его процентам, можно проценты представить в виде десятичной дроби и данное число разделить на полученную десятичную дробь.

Задача: Ученик прочитал 138 страниц, что составляет 23 % числа всех страниц в книге. Сколько страниц в книге?

Решение:

Итак, нам неизвестно сколько всего страниц в книге. Но мы знаем, что часть, которую прочитал ученик (138 страниц) составляет 23 % от общего количества страниц в книге. Так как 138 стр. - это всего лишь часть, само количество страниц, естественно, будет больше 138. Это поможет нам при проверке.

$$138 : 23\ \% = 138 : 0{,}23 = \frac{138 \cdot 100}{23} = 600\ (\text{стр.})$$

Проверка: 600 138 (это означает, что 138 является частью 600).

Ответ: 600 (стр.) - общее количество страниц в книге.

3)Сколько процентов одно число составляет от другого.

Чтобы найти сколько процентов одно число составляет от другого можно одно число разделить на другое и полученное произведение умножить на 100.

Задача: Из 200 арбузов 16 оказались незрелыми. Сколько процентов всех арбузов составили незрелые арбузы?

Решение:

16 делим на общее количество арбузов и умножаем на 100 %.

$$(16 : 200) \cdot 100\% = \frac{16}{200} \cdot 100\ \% = \frac{2}{25} \cdot 100\ \% = \frac{200\ \%}{25} = 8\ \%$$

Ответ: 8 % - составляют незрелые арбузы от всех арбузов.

**Практическая работа**

1. За пропуски занятий студенту уменьшили стипендию на 12%.Сколько ему достанется, если стипендия 800 рублей?
2. В магазине мультиварка продается со скидкой 20% за 4500 рублей. Какова первоначальная цена мультиварки?
3. Грибы при сушке теряют 78% своей массы. Сколько сушеных грибов получится из 100 кг свежих?
4. Какова величина подоходного налога, который составляет 13% от величины заработной платы в 21000 рублей?
5. В декабре шуба стоила 38 тыс. рублей, в сезон цену повысили на 20%, а в мае снизили на 15%, в июле была распродажа со скидкой 30%. Сколько теперь стоит шуба?

**Практическая работа «Уравнения и неравенства»**

Цель:

- научиться применять свойства показательной функции для решения показательных уравнений и неравенств
- закрепить знания и умения по применению методов решения показательных уравнений и неравенств для решения практических задач.

Средства обучения:

- методические указания для проведения практических занятий (карточки – задания).

Виды практической работы:

- решение задач

**Справочный материал**

**Определение.** Уравнение вида $a^x = b$, где $a>0, a \neq 1$, называется *показательным.*

Если $b>0$, *то урвнение имеет единтсвенный корень, если* $b \leq 0$, *то корней нет.*

**Способы решения показательных уравнений.**

1. Приравнивание показателей.

Суть метода:

1. Уединить слагаемое, содержащее переменную;
2. Привести степени к одному основанию;
3. Приравнять показатели;
4. Решить полученное уравнение;
5. Записать ответ.

Пример:

$3^x - 27 = 0.$

$3^x = 27;$

$3^x = 3^3;$

$x = 3.$

Ответ: $x = 3$.

1. Вынесение общего множителя за скобки.

Примечание: выносим за скобки множитель с меньшим показателем.

Пример:

$3^x - 3^{x+3} = -78.$

$3^x(1 - 3^3) = -78;$

$3^x(1 - 27) = -78;$

$3^x(-26) = -78;$

$3^x = 3;$

$x = 1.$

Ответ: $x = 1$

1. Введение новой переменной

Как правило, уравнения, решаемые этим способом, сводятся к квадратным.

Пример: $4^{2x} - 5 \cdot 4^x + 4 = 0.$

Пусть $4^x = a$ тогда уравнение можно записать в виде:

$a^2 - 5a + 4 = 0;$

$D = 25 - 16 = 9;$

$a_1 = \frac{5+3}{2} = 4;$

$a_2 = \frac{5-3}{2} = 1.$

Сделаем обратную замену:

$4^x = 4$ или $4^x = 1;$
$x = 1$ или $x = 0$

Ответ: $x = 1$ или $x = 0$

1. Использование однородности

*Определение* Показательные уравнения вида $a^{f(x)} = b^{f(x)}$ называются однородными.

Суть метода: Так как показательная функция не может принимать значение, равное нулю, и обе части уравнения можно делить на одно и то же не равное нулю число, разделим обе части уравнения, например, на $b^{f(x)}$.

Пример: $2^x = 3^x$

Разделим обе части уравнения на $3^x \neq 0$:

$$\frac{2^x}{3^x} = \frac{3^x}{3^x};$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^x = 1;$$

$$x = 0.$$

Ответ: $x = 0$.

**Определение.** *Показательным* неравенством называется неравенство, в котором переменная содержится в показателе степени.

## Практическая работа

### *Вариант 1*

1. Упростить $(\frac{a^{-3}}{b^4})^2 : (\frac{a^{-1}}{b^5})^{-3}$
2. Выполните действия $3 \cdot 3^2 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt[4]{27}$
3. Запишите в виде степени с рациональным показателем $\sqrt[5]{a^{10} \cdot b^{14} \cdot c^{12}}$
4. Запишите с помощью радикала $\frac{1}{3\sqrt[3]{81}}$
5. Решите уравнение $\log_x \frac{1}{32}=2$
6. Решите уравнение $\log_2(-x^2 + 5x + 7)=\log_2(10x - 7)$
7. Решите уравнение $3^{-2x+4} = 27$
8. Решите неравенство $5^{2x-7} \geq 125$
9. Решите неравенство $\log_{\sqrt{3}}(3x + 2) < 4$
10. Решите неравенство $\log_{\frac{1}{2}} x \leq -4$

### *Вариант 2*

1. Упростить $(\frac{a^2}{b^{-3}})^{-1} : (\frac{a^{-3}}{b^{-6}})^2$
2. Выполните действия $2 \cdot 2^3 \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt[6]{8}$
3. Запишите в виде степени с рациональным показателем $\sqrt[4]{a^7 \cdot b^8 \cdot c^{16}}$
4. Запишите с помощью радикала $\frac{1}{6\sqrt[7]{36}}$
5. Решите уравнение $\log_x \frac{1}{81}=3$
6. Решите уравнение $\log_{0,3}(x^2 + 7x - 5)=\log_{0,3}(4x - 1)$
7. Решите уравнение

$2^{-4+7x} = 32$

8. Решите неравенство
   $3^{5x+2} \leq 27$
9. Решите неравенство
   $\log_2(4x + 9) < 6$
10. Решите неравенство
    $\log_{\frac{1}{3}}(6 - x) \geq \log_{\frac{1}{3}}(4 - 3x)$

**Практическая работа «Параллельные, перпендикулярные, скрещивающиеся прямые»**

Цель

- научиться решать задачи на взаимное расположение прямой и плоскости, параллельность прямой и плоскости.

Средства обучения

- методические указания для проведения практических занятий (карточки – задания).

Виды практической работы

- решение задач

**Практическая работа**

1 вариант.

1. Даны четыре точки C,D,Eи F, не лежащие в одной плоскости. Могут ли пересекаться прямые CEиDF? Ответ поясните.

2. Точки M, P, KиT–середины соответствующих отрезков BC, DC, ADи AB( см. рис.).Найдите периметр четырехугольника MPKT, если AC=10см, BD=16 см.

3. Прямая EF, не лежащая в плоскости ABC, параллельна стороне AB параллелограмма ABCD. Выясните взаимное расположение прямых EF и CD.

4. В тетраэдре ABCD точки M, Ки P– середины ребер AB, BC и BD. Докажите, что плоскость MKPпараллельна плоскости ADC, и вычислите площадь треугольника MKP, если площадь треугольника ADC равна 48см2.

5. В ромбе ABCD диагонали пересекаются в точке O, точка F не лежит в плоскости ABC. Можно ли провести плоскость через прямую FC и точки A и C? Ответ обоснуйте.

2 вариант.

1. Даны четыре точки A, B, C и D, не лежащие в одной плоскости. Могут ли быть параллельными прямые ACиBD? Ответ поясните.

2. Точки E, F, KиP–середины соответствующих отрезков AB,AC, DCи DB( см. рис.).Найдите периметр четырехугольника EFKP, если BC=8см, AD=12 см.

3. Прямая MT, не лежащая в плоскости ABC, параллельна стороне BC параллелограмма ABCD. Выясните взаимное расположение прямых MT и CD.

4. В тетраэдре DABCточки K,Eи M– середины ребер AC, DC и BC. Докажите, что плоскость KEMпараллельна плоскости ADB, и вычислите площадь треугольника ADB, если площадь треугольника KEMравна 27см2.

5. Даны параллелограмм ABCD и точка E, не лежащая в плоскости ABC. Как расположены прямая AC и плоскостьBDE ? Ответ обоснуйте.

**Практическая работа «Практико-ориентированные задачи на координатной плоскости»**

Цель

- Применение алгебраического аппарата к решению задач с геометрической тематикой;
- Вспомнить геометрический смысл коэффициентов k и l в линейном уравнении y = kx + l;
- Как применять условие параллельности прямых;
- Вспомнить алгебраическое выражение факта «точка с заданными координатами принадлежит (или не принадлежит) графику уравнения»;
- Как находить координаты точки пересечения прямых, составив и решив соответствующую систему.

Средства обучения

- методические указания для проведения практических занятий (карточки – задания).

Виды практической работы:

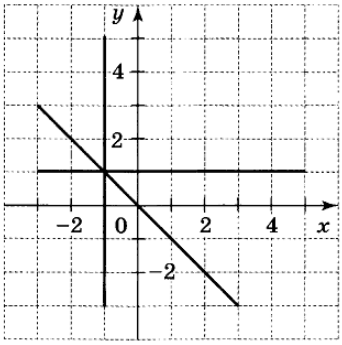
- решение задач

**Практическая работа**

**1. Какие из следующих прямых отсутствуют на рисунке**

**1)** $y = x$ **3)** $y = 1$ **5)** $x = 1$

**2)** $y = -x$ **4)** $y = -1$ **6)** $x = -1$




**2. Точки $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ принадлежат графику прямой $y = -x$. Верно ли, что если $x_1 < x_2$, то $y_1 > y_2$?**

**3. Прямые заданы уравнениями:**

**а)** $y = 0{,}3x$; **б)** $y = 0{,}3x - 3$; **в)** $y = 0{,}3x + 3$.

**1) Чему равен угловой коэффициент каждой прямой?**

**2) В какой точке каждая прямая пересекает ординату?**

**3) Каково взаимное расположение этих прямых на плоскости?**

**4. Запишите уравнения прямых в виде $y = kx + l$.**

**1)** $y - x = 3$;

**2)** $x + y - 1 = 0$;

**3)** $2x + y + 4 = 0$;

**4)** $2y - x - 5 = 0$.

**Укажите координаты точек пересечения этих прямых с осями координат.**

**Практическая работа «Преобразование графиков тригонометрических функций»**

Цель:

- распространить умение преобразований графиков на тригонометрические функции.

Средства обучения:

- методические указания для проведения практических занятий (карточки – задания).

Виды практической работы:

- решение задач

**Справочный материал**

1. Для построения графика функции y=f(x)+a, где a - постоянное число, надо перенести график y=f(x) вдоль оси ординат. Если a>0, то график переносим параллельно самому себе вверх, если a < 0, то – вниз.

2. Для построения графика функции y=kf(x) надо растянуть график функции y=f(x) в k раз вдоль оси ординат. Если |k|>1, то происходит растяжение графика вдоль оси OY, если 0<|k|<1, то – сжатие.

3. График функции y=f(x+b) получается из графика y=f(x) путем параллельного переноса вдоль оси абсцисс. Если b>0 , то график перемещается влево, если b<0, то – вправо.

4. Для построения графика функции y=f(kx) надо растянуть график y=f(x) вдоль оси абсцисс. Если |k|>1, то происходит сжатие графика вдоль оси OX, если 0<|k|<1 , то – растяжение.

**Практическая работа**

Постройте графики функций:

| Вариант 1 | Вариант 2 | Вариант 3 | Вариант 4 |
|---|---|---|---|
| y= -sin x | y= - cosx | y= -tgx | y= -sinx |
| y= cosx +1 | y= sinx -1 | y= cosx -1 | y= sinx+1 |
| y= 2sinx | y=2cosx | y=0,5sinx | y=0,5cosx |
| y=cos(0,5x) | y= - sin2x | y=cos2x | y=sin3x |

**Практическая работа «Описание производственных процессов с помощью графиков функций»**

Цель

- построение графиков функций

Средства обучения:

- методические указания для проведения практических занятий (карточки – задания).

Виды практической работы:

- решение задач

**Практическая работа**

1. Область определения функции – это....

а) множество всех значений аргумента (переменной x).

б) множество всех значений (переменной y).

в) множество всех значений (переменной z).

г) множества всех значений x; y; z

2. Какими бывают чертежи функции?

а) двухмерными и четырехмерными

б) трехмерными и четырехмерными

в) двухмерными и трехмерными

г) одномерными и двухмерными

3. Областью определения функции $f(x) = \frac{3-x}{\sqrt{2x^2-8}}$ является

а) $(-2; 2)$

б) $(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$

в) $(4; +\infty)$

г) $(-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$

4. Областью определения функции $f(x) = \frac{\sqrt{3x-6}}{x-4}$ является

а) $(2; +\infty)$

б) $(2; 4) \cup [4; +\infty)$

в) $[2; 4) \cup (4; +\infty)$

г) $(4; +\infty)$

5.Соотнесите область определения функции и функцию.

А) $[6; +\infty)$ 1) $f(x) = \frac{\sqrt{x-6}}{2x-10}$

Б) $(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$ 2) $f(x) = \frac{4+x^2}{\ln(3x-9)}$

В) $(6; +\infty)$ 3) $f(x) = \ln(7x - 21)$

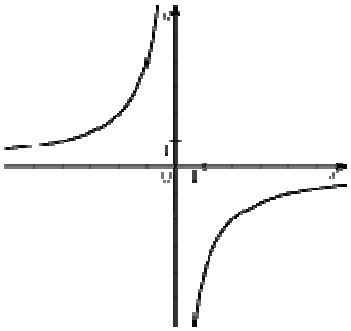
Г) $(3; +\infty)$ 4) $f(x) = \frac{\sqrt{2x-10}}{\sqrt{x-6}}$

Д) $\left(3; \frac{10}{3}\right) \cup \left(\frac{10}{3}; +\infty\right)$ 5) $f(x) = \frac{\ln(-4x+8)}{\sqrt{5x-5}}$

Е) $(1; 2)$ 6) $f(x) = \frac{x+5}{\sqrt{x^2-1}}$

6. Соотнесите функцию и график функции

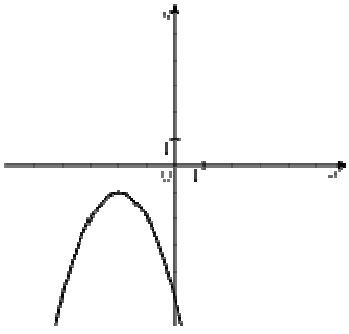
А) $y = -x^2 + 2x - 1$ 1)



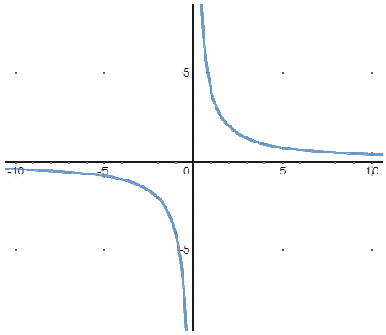
Б)$y = -2x$ 2)



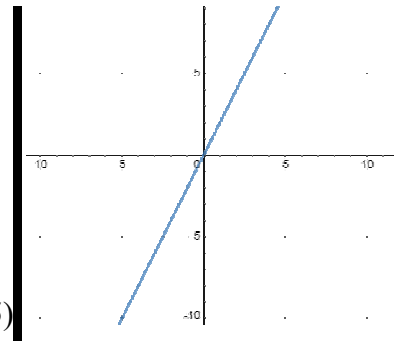
В) $y = 2x$ 3)



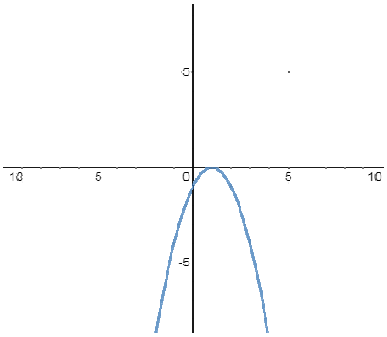
Г) $y = -x^2 - 4x - 5$ 4)



Д)$y = -\frac{4}{x}$ 5)

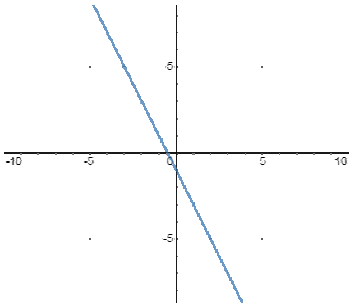


Е) $y = \frac{4}{x}$ 6)

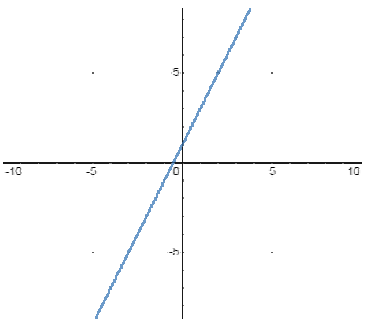


7. Соотнесите функцию и график функции

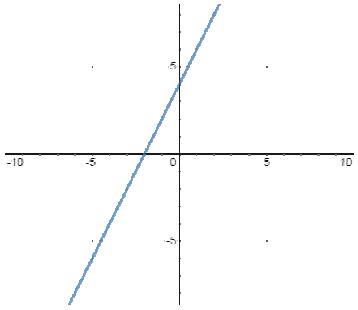
А) $y = -2x - 1$ 1)



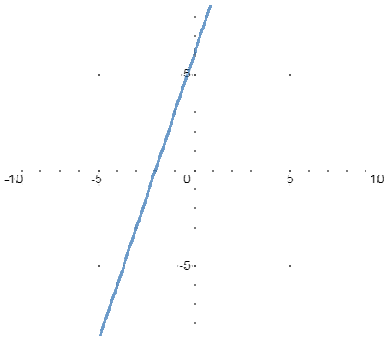
Б)$y = 2x + 4$ 2)



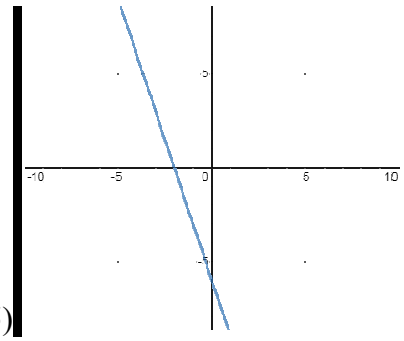
В) $y = -3x - 6$ 3)



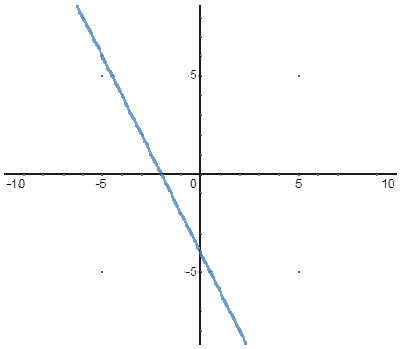
Г) $y = 3x + 6$ 4)



Д)$y = -2x - 4$ 5)



Е) $y = 2x + 1$ 6)



8.В какой последовательности мы строим график?

а) определяем сколько точек мы возьмем

б) находим значения у

в) отмечаем полученные значения (х;у) на графике

г) определяем какой это тип функции

д) берем необходимое количество точек х

е) соединяем точки

9.В какой последовательности мы находим область определения функции?

а) решаем по отдельности каждое неравенство

б) смотрим на знаменатель функции, ставим условие

в) отмечаем промежутки на числовой прямой

г) смотрим на числитель функции, ставим условие

д) смотрим, где заштриховано в обоих случаях, и записываем ответ

е) определяем промежутки отдельно первого и отдельно второго неравенства

10.В какой последовательности мы находим область определения функции $f(x) = \frac{\sqrt{x-3}}{\ln(2x-8)}$

а) смотрим на знаменатель и ставим второе условие, что(2x-8) не должно равняться единице

б) на числовой прямой отмечаем все три решения

в) решаем три неравенства

г) смотрим, где заштриховано во всех случаях, и записываем ответ

д) смотрим на числитель и ставим условие, что подкоренное выражение (x-3) должно быть $\geq 0$

е) смотрим на знаменатель и ставим первое условие, что(2x-8) должно быть $> 0$

11. Какое(ие) условие(я) записано ошибочно, для того, чтобы найти область определения функции $f(x) = \frac{\sqrt{x-2}}{\ln(3x-9)}$ ?

а) $x - 2 \geq 0$

б) $3x - 9 > 0$

в)$x - 2 \neq 1$

г) $3x - 9 \neq 1$

12. Какое(ие) условие(я) записано ошибочно, для того, чтобы найти область определения функции $f(x) = \frac{\sqrt{x-1}}{\ln(x^2-9)}$ ?

а) $x^2 - 9 > 0$

б) $x^2 - 9 < 0$

в) $x^2 - 9 \neq 1$

г) $x - 1 \geq 0$

13. Какое(ие) условие(я) записано ошибочно, для того, чтобы найти область определения функции $f(x) = \frac{x+5}{\ln(x^2-4)}$ ?

а) $x + 5 > 0$

б) $x^2 - 4 > 0$

в) $x^2 - 4 \neq 1$

г) $x + 5 \neq 0$

14. Найти область определения функции $f(x) = \frac{\sqrt{x+2}}{\ln(3x^2-12)}$

15. Построить график функции y= $\sqrt{2x + 4}$

**Практическая работа «Применение комплексных чисел»**

Цель

- умножать, делить, складывать, вычитать комплексные числа

Средства обучения:

- методические указания для проведения практических занятий (карточки – задания).

Виды практической работы:

- решение задач

**Практическая работа**

**1. Сложить комплексные числа:**

а) (5+6i)+(2-7i) в) (2+3i)+(4-i)

б)(2+5i)+(-3+i) г) (1+9i)+(3+4i)

**2. Вычтите комплексные числа:**

а) (5+4i)-(4-i) в) (4-i)-(2+5i)

б)(7-2i)-(1-4i) г) (-3+i)-(1+9i)

**3. Умножить комплексные числа:**

а) (1+2i)(3+7i) в) (6-7i)(6-3i)

б)(1-3i)(4+8i) г) (2-4i)(6+3i)

**4. Разделить комплексные числа:**

а) $\frac{(5+6i)}{(3-i)}$) в) $\frac{(5+7i)}{(2-i)}$

б) $\frac{(2+3i)}{(1+4i)}$ г) $\frac{(3+7i)}{(5+i)}$

**5. выполнить указанные действия, представив результат в алгебраической форме:**

**а)** $\frac{(1+i)(3+i)}{3-i} - \frac{(1-i)(3-i)}{3+i}$;

**б)** $\frac{1}{1+i} - \frac{5}{5i-2}$

**Практическая работа «Физический смысл производной в профессиональных задачах»**

Цель:

- находить производную
- применение производной в задачах

Средства обучения:

- методические указания для проведения практических занятий (карточки – задания).

Виды практической работы:

- решение задач

**Практическая работа**

Задача №1

Координата материальной точки изменяется с течением времени по закону $s(t) = 3t^2 - 7t + 6$. Найдите скорость точки в момент времени t = 6с.

Задача №2

Найдите силу F , действующую на материальную точку массой m , движущуюся прямолинейно по закону $s(t) = 2t^3 - t^2$ (м) при t = 2 с .

Задача №3

Пусть количество вещества, вступившего в химическую реакцию задаётся зависимостью $p(t) = \frac{t^2}{2} + 3t - 3$ (моль). Найти скорость химической реакции через 3секунды.

Задача №4

Объем продукции V цеха в течение дня зависит от времени по закону

$V(t) = -\frac{2}{3}t^3 + \frac{15}{2}t^2 + 50t + 70$.

Вычислите производительность труда П(t) через час после начала работы и за час до её окончания.

**Практическая работа «Нахождение оптимального результата с помощью производной в практических задачах»**

Цель:

- решение задач с помощью производной

Средства обучения:

- методические указания для проведения практических занятий (карточки – задания).

Виды практической работы:

- решение задач

**Практическая работа**

А) Тело удаляется от поверхности Земли в вертикальном направлении по закону $h(t) = -3t^2 + 14t + 7$ (t- время в секундах, h- расстояние от поверхности земли в метрах). Определите, в какой момент времени скорость тела будет 2 м/с.

Б) Движение тела по прямой задано законом $s(t) = 3t^4 - 2t + 13$ (t – время в секундах, s- отклонение точки от начального положения в метрах). Найдите ускорение тела в момент времени t=2с.

В) Количество протекающего через проводник электричества задается формулой $q(t) = 10^{-3}\sin\pi t$, (t – время в секундах). Найдите силу тока в момент времени t=3с.

**Практическая работа «Примеры симметрий в профессии»**

Цель

- решать задачи по планиметрии

Средства обучения:

- методические указания для проведения практических занятий (карточки – задания).

Виды практической работы:

- решение задач

**Практическая работа**

1. Найти площадь боковой поверхности цилиндра. Если радиус основания цилиндра равен 3, а высота 10. Ответ указать деленный на π.

2. Длина окружности основания цилиндра равна 7, высота цилиндра равна 4. Найти площадь боковой поверхности цилиндра.

3. Площадь боковой поверхности цилиндра равна 8 π, а диаметр основания цилиндра 5. Найти высоту цилиндра.

4. Высота конуса равна 6, а диаметр основания конуса равен 11. Найти площадь полной поверхности конуса. Ответ указать деленный на π.

5. Найти площадь осевого сечения конуса, радиус которого равен 10, а образующая конуса равна 17.

6. Найти площадь осевого сечения конуса, если образующая конуса равна 14, а диаметр основания конуса равен 16.

7. Диаметр шара равен 19. Найти площадь поверхности шара.

8.Площадь большого круга равна 23. Найти площадь поверхности шара.

9. Даны два шара. Радиус первого шара в шесть раз больше радиуса второго шара. Во сколько раз площадь поверхности первого шара больше площади поверхности второго шара?

10. Во сколько раз увеличится площадь поверхности шара, если увеличить радиус шара в 4 раза?

**Практическая работа «Правильные многогранники, их свойства»**

Цель

- решать задачи с многогранниками

Средства обучения:

- методические указания для проведения практических занятий (карточки – задания).

Виды практической работы:

- решение задач

**Практическая работа**

1. Диагональ куба равна 3. Найдите площадь его поверхности.
2. Во сколько раз увеличится объем куба, если его ребра увеличить в три раза?
3. Площадь поверхности куба равна 48. Найдите его объем.
4. Два ребра прямоугольного параллелепипеда, выходящие из одной вершины равны 10 и 12. Площадь поверхности параллелепипеда равна 416. Найдите диагональ параллелепипеда.
5. Два ребра прямоугольного параллелепипеда, выходящие из одной вершины равны 1 и 6. Диагональ параллелепипеда равна 10. Найдите объем параллелепипеда.
6. Высота конуса рана 3, а диаметр основания равен 10. Найдите образующую конуса.
7. Найдите площадь осевого сечения конуса, если образующая конуса равна 15, а диаметр основания 14.
8. В правильной треугольной пирамиде SABC с вершиной S, биссектрисы треугольника ABC пересекаются в точке O. Площадь треугольника ABC равна 10. Объем пирамида равен 7. Найти длину отрезка OS.
9. Найдите объем правильной треугольной пирамиды, стороны основания которой равны 2, а высота равна 4.
10. В правильной треугольной пирамиде SABC точка R – середина Ребра BC, S – вершина. Известно, что AB=3, а SR=5. Найдите площадь боковой поверхности.

**Практическая работа «Комбинации многогранников и тел вращения»**

Цель

- систематизировать и обобщить знания по теме “Разные задачи на многогранники, цилиндр, конус и шар”.
- способствовать развитию умений и навыков применять математические знания к решению практических задач, ориентироваться в простейших геометрических конструкциях.

Средства обучения:

- методические указания для проведения практических занятий (карточки – задания).

Виды практической работы:

- решение задач

**Практическая работа**

*Обозначения:*

$S_{осн}$- площадь основания

$S_{бок}$- площадь боковой поверхности

$S_{пол}$- полная площадь поверхности

$d_{осн}$- диагональ основания

d- диагональ призмы

r – радиус вписанной окружности

R-радиус описанной окружности

n- отрезок соединяющий вершину нижнего основания с центром верхнего

m- отрезок соединяющий центр верхнего основания с серединой стороны нижнего основания

l – апофема

k – боковое ребро пирамиды

h- высота призмы или пирамиды.

**<u>Упражнение 1.</u>Для правильной четырехугольной пирамиды SABCD выбраны следующие обозначения:**

a-ребро основания AB

h- высота

l-боковое ребро

d– апофема(высота боковой грани, опущенная из вершины S)

α- угол наклона бокового ребра к плоскости основания

β-угол наклона боковой грани к плоскости основания

R-радиус описанного шара

r – радиус вписанного шара

***Заполните таблицу***

| **№ п/п** | **a** | **h** | **l** | **d** | **cosα** | **cosβ** | **R** | **r** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **1** | 6 | 4 | | | | | | |
| **2** | | | 6 | | $\frac{1}{2}$ | | | |
| **3** | | | | 5 | | $\frac{4}{5}$ | | |
| **4** | | | | | $\frac{3}{5}$ | | 2 | |

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **5** | | | | | | $\frac{1}{2}$ | | 1 |

**Упражнение 2. Решить задачу:**
Вычислите расстояние от вершины, лежащей в основании правильной четырехугольной пирамиды, до противоположного бокового ребра, если все ребра пирамиды равны 1.

**Упражнение 3. Решить задачу:**
Определите двугранный угол при основании правильной четырехугольной пирамиды, боковая грань и диагональное сечение которой равновелики.

**Упражнение 4. В правильной треугольной пирамиде SABC выбраны следующие обозначения:**
a-ребро основания AB
h- высота
l-боковое ребро
d– апофема(высота боковой грани, опущенная из вершины S)
α- угол наклона бокового ребра к плоскости основания
β-угол наклона боковой грани к плоскости основания
R-радиус описанного шара
r – радиус вписанного шара
***Заполните таблицу***

| **№ п/п** | **a** | **h** | **l** | **d** | **cosα** | **cosβ** | **R** | **r** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **1** | 4 | 6 | | | | | | |
| **2** | | | 2 | | $\frac{1}{2}$ | | | |
| **3** | | | | 4 | | $\frac{3}{5}$ | | |
| **4** | | | | | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | | 1 | |
| **5** | | | | | | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | | 1 |

**Упражнение 5. Решить задачу:**
Основанием пирамиды служит треугольник, одна сторона которого равна 3, а угол, лежащий против нее, равен 30°. Определите высоту пирамиды, если каждое ее боковое ребро равно 5.

**Упражнение 6. Решить задачу:**

Основание пирамиды – прямоугольный треугольник с катетами 6 и 8.Все двугранные углы при основании пирамиды равны 60°. Вычислите высоту пирамиды.

**Упражнение 7. Решить задачу:**
В правильной шестиугольной пирамиде SABCDEF сторона основания равна 6, а боковое ребро 10. Вычислите высоту пирамиды

**Практическая работа «Геометрические комбинации на практике»**

Цель

- решать задачи с применением полученных знаний

Средства обучения:

- методические указания для проведения практических занятий (карточки – задания).

Виды практической работы:

- решение задач

**Практическая работа**

1. Найти площадь боковой поверхности цилиндра. Если радиус основания цилиндра равен 6, а высота 7. Ответ указать деленный на $\pi$.

2. Длина окружности основания цилиндра равна 9, высота цилиндра равна 5. Найти площадь боковой поверхности цилиндра.

3. Площадь боковой поверхности цилиндра равна 14 $\pi$, а диаметр основания цилиндра 9. Найти высоту цилиндра.

4. Высота конуса равна 8, а диаметр основания конуса равен 13. Найти площадь полной поверхности конуса. Ответ указать деленный на $\pi$.

5. Найти площадь осевого сечения конуса, радиус которого равен 8, а образующая конуса равна 13.

6. Найти площадь осевого сечения конуса, если образующая конуса равна 12, а диаметр основания конуса равен 18.

7. Диаметр шара равен 17. Найти площадь поверхности шара.

8.Площадь большого круга равна 19. Найти площадь поверхности шара.

9. Даны два шара. Радиус первого шара в десять раз больше радиуса второго шара. Во сколько раз площадь поверхности первого шара больше площади поверхности второго шара?

10. Во сколько раз увеличится площадь поверхности шара, если увеличить радиус шара в 9 раз?

**Практическая работа «Определенный интеграл в жизни»**

Цель

- применение интеграла в задачах

Средства обучения:

- методические указания для проведения практических занятий (карточки – задания).

Виды практической работы:

- решение задач

**Практическая работа**

1. Найти неопределенный интеграл

$$\int(5x^5 - 6x^4 + 7x^3 - 2x^2 + 5x - 6)dx$$

2. Найти неопределенный интеграл

$\int(10x^3 - 4x^2 + 8x + 8)dx$

3. Найти неопределенный интеграл

$\int((4x^3 - 6x^2 + 5x) \cdot 3x)dx$

4. Найти неопределенный интеграл

$\int((2x^3 - 10x^2 + x) \cdot 4x)dx$

5. Найти неопределенный интеграл

$\int(\frac{6x^5+4x^4+8x^3+4x^2-6x}{2x^2})dx$

6. Найти неопределенный интеграл

$\int(\frac{3x^5+2x^4-6x^3+7x^2-5x+11}{x})dx$

7. Найти неопределенный интеграл

$\int(2x^4 + 5x^2\sqrt{x} + \frac{3}{x^3} - \frac{1}{cos^2 x} - e^x)dx$

8. Найти неопределенный интеграл

$\int(5x^3 + 6x^2\sqrt[3]{x} + \frac{4}{x^5} - \frac{1}{sin^2 x} - e^x)dx$

**Практическая работа «Решение показательных уравнений и неравенств»**

Цель

- решение показательных уравнений
- решение показательных неравенств

Средства обучения:

- методические указания для проведения практических занятий (карточки – задания).

Виды практической работы:

- решение задач

**Практическая работа**

**1 вариант**

Решите уравнения

**1)** $\left(\frac{1}{5}\right)^{1-3x} = 25$

**2)** $4^x + 2^x - 20 = 0$

**3)** $7^{x-1} + 3 \cdot 7^x = 2^{x-5} + 3 \cdot 2^x$

**4)** $4 \cdot 5^{2x} + 5 \cdot 4^{2x} = 9 \cdot 20^x$

Решите систему уравнений

**5)** $\begin{cases} 2^{x+3} = (0{,}5)^{2y+1} \\ 5^{y-4} = \left(\sqrt{5}\right)^{x+1} \end{cases}$

Решите неравенства

**6)** $\left(\frac{3}{4}\right)^x > 1\frac{1}{3}$

**7)** $\left(\sqrt{5}\right)^{x-4} < \frac{1}{5}$

**8)** $\left(\frac{2}{13}\right)^{x^2-1} \geq 1$

**9)** $4^x \cdot 2^{x^2+1} > 16.$

**2 вариант**

Решите уравнения

**1)** $(0,1)^{2x-3}=10$

2) $9^x-7\cdot3^x-18=0$

**3)** $3^{x-3}+3^x=5\cdot2^{x-4}-17\cdot$

**4)** $3\cdot2^{2x}+2\cdot3^{2x}=5\cdot6^x$

Решите систему уравнений

**5)** $\begin{cases}2^x\cdot3^y=24\\2^y\cdot3^x=54\end{cases}$

Решите неравенства

**6)** $\left(\frac{6}{5}\right)^x>\frac{5}{6}$

**7)** $\left(\sqrt[3]{3}\right)^{x-1}>\frac{1}{9}$

**8)** $\left(1\frac{2}{7}\right)^{x^2-4}\le1$

**9)** $3^{x+2}-3^x\le24.$

**3 вариант**

Решите уравнения

**1)** $2^{1-x}=8$

**2)** $25^x-5^x=20$

**3)** $5^{2x}-4^{x-1}=4^x+5^{2x-1}$

**4)** $3\cdot4^x+2\cdot25^x-7\cdot10^x=0$

Решите систему уравнений

**5)** $\begin{cases}2^{2x+1}+2^y=40\\2^{x+1}+2^{y-1}=12\end{cases}$

Решите неравенства

**6)** $\left(\frac{2}{3}\right)^x\ge\frac{9}{4}$

**7)** $\left(\sqrt{2}\right)^{x-2}<\frac{1}{8}$

**8)** $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-3}\ge1$

**9)** $25^x-6\cdot5^x+5>0$

**4 вариант**

Решите уравнения

**1)** $8^x=4^{x-1}$

**2)** $49^x-6\cdot7^x-7=0$

**3)** $4^x+3^{x-1}=4^{x-1}+3^{x-2}$

**4)** $5\cdot5^{2x}-13\cdot5^x\cdot3^x+6\cdot3^{2x}=0$

Решите систему уравнений

**5)** $\begin{cases}5^x-6^y=589\\5^{\frac{x}{2}}+6^{\frac{y}{2}}=31\end{cases}$

Решите неравенства

**6)** $\left(\frac{1}{64}\right)^x\ge\sqrt{\frac{1}{8}}$

**7)** $\left(\sqrt[3]{7}\right)^{x-3}>\frac{1}{49}$

**8)** $\left(\frac{1}{4}\right)^{x-5}\le1$

**9)** $4^x-6\cdot2^x+8\le0$

**Практическая работа «Логарифмы в природе и технике»**

Цель

- решать логарифмические уравнения и неравенства

Средства обучения:

- методические указания для проведения практических занятий (карточки – задания).

Виды практической работы:

- решение задач

**Практическая работа**

| **Вариант** 1 | **Вариант** 2 |
|---|---|
| Вычислить:<br>1. $\log_4 16$<br>2. $\log_{25} 125$<br>3. $\log_8 2$<br>4. $\log_{\frac{1}{7}} 49$<br>5. $\log_6 \sqrt{6}$<br>6. $3^{2\log_3 7}$<br>7. $\log_{\frac{1}{4}} \sqrt{2}$<br>8. $\log_9 \frac{1}{\sqrt{3}}$<br>9. Найдите $x$, если<br>$\log_2 x = \log_2 3 + \log_2 \frac{2}{3}$ | Вычислить:<br>1. $\log_3 27$<br>2. $\log_{49} 7$<br>3. $\log_4 8$<br>4. $\log_{\frac{1}{27}} 3$<br>5. $\log_5 \sqrt[3]{5}$<br>6. $27^{\log_3 2}$<br>7. $\log_{\sqrt{27}} 9$<br>8. $\log_{\frac{1}{\sqrt{2}}} 2\sqrt{2}$<br>9. Найдите $x$, если<br>$\lg x = \lg 25 + \lg 5$ |

**Практическая работа «Операции с множествами»**

Цель

- решать задачи с множествами (принадлежность, пересечение)

Средства обучения:

- методические указания для проведения практических занятий (карточки – задания).

Виды практической работы:

- решение задач

**Практическая работа**

| **I вариант:** | **II вариант:** |
|---|---|
| ***Изобразите с помощью кругов Эйлера*** | |
| 1. AUB/C<br>2. A∩BUC | 1. A/B∩C<br>2. AUB∩C |
| ***Найдите объединение, пересечение, разность и универсум множеств*** | |
| 3. A={1,2,4,0,6,8,8}, B={8, 3,4,5,6,1} | 3.A={2,3, 2,4,7,4,5 }, B={8,3,4,5,6,2,7} |
| ***Решите задачу графически*** | |
| 4.Дано: а) A, B ⊆ Z,<br>A = {1;2;5;7;9;11}, B = {1;4;6;7}.<br>б) A, B ⊆ R, A = [-3; 7), B = [-4; 4].<br>Найти: A∩B, A∪B, A\B, B\A, | 4.Дано: а) A, B ⊆ Z,<br>A = {3;6;7;10}, B = {2;3;10;12}.<br>б) A, B ⊆ R, A = [1;6), B = [-1;9].<br>Найти: A∩B, A∪B, A\B, B\A. |
| ***Решите задачу с помощью кругов Эйлера*** | |
| 5. Каждый учащийся в классе изучает английский или французский язык. Английский | 5. На фирме работают 67 человек. Из них 47 знают английский язык, 35 немецкий язык, а 23- |

| | |
|---|---|
| язык изучает 25 учащихся, французский-27 учащихся, а два языка-18 учащихся. Сколько учащихся в классе? | оба языка. Сколько человек в фирме не знают ни английского, ни немецкого языков? |
| **6. *Составьте собственную задачу или пример на действия с множествами и решите ее.*** | |

## Практическая работа «Графы»

Цель

- изучить основы теоретико-множественного и графического представлений графов, простейших свойств графов
- получить практический навык задания и визуализации графа на плоскости
- закрепить навыки построения графов по образцу в графических средах (программы для графического представления графов).

Средства обучения:

- методические указания для проведения практических занятий (карточки – задания).

Виды практической работы:

- решение задач

### Справочный материал

Графические представления в широком смысле – любые наглядные отображения исследуемой системы, процесса, явления на плоскости. К ним могут быть отнесены рисунки, чертежи, графики зависимостей характеристик, планы-карты местности, блок-схемы процессов, диаграммы и т. д. Такие изображения наглядно представляют различные взаимосвязи, взаимообусловленности: топологическое (пространственное) расположение объектов, хронологические (временные) зависимости процессов и явлений, логические, структурные, причинно-следственные и другие взаимосвязи. Графические представления – удобный способ иллюстрации содержания различных понятий, относящихся к другим способам формализованных представлений (например, диаграммы Венна и другие графические иллюстрации основных теоретико-множественных и логических представлений). Всё более распространенными становятся представления количественных характеристик, взаимосвязей между объектами в виде разного рода одно-, двух- и более мерных гистограмм, круговых диаграмм, других аналогичных способов представления в виде тех или иных геометрических фигур, по наглядным характеристикам которых (высоте, ширине, площади, радиусу и пр.) можно судить о количественных соотношениях сравниваемых объектов, значительно упрощая их анализ. Мощным и наиболее исследованным классом объектов, относящихся к графическим представлениям, являются так называемые графы, изучаемые в теории графов. Теория графов – это раздел дискретной математики, исследующий свойства конечных множеств с заданными отношениями между их элементами. Как прикладная дисциплина теория графов позволяет описывать и исследовать многие технические, экономические, биологические и социальные системы. Основные понятия теории графов Граф – это система, которая интуитивно может быть рассмотрена как множество кружков и множество соединяющих их линий (геометрический способ задания графа – см. рисунок 1). Кружки называются вершинами графа, линии со стрелками – дугами, без стрелок – рёбрами. Чащина Е.А. г. Прокопьевск Чащина г. Прокопьвск Граф, в котором направление линий не выделяется (все линии являются ребрами), называется неориентированным; граф, в котором направление линий принципиально (линии являются дугами) называется ориентированным. Теория графов может рассматриваться как раздел дискретной математики (точнее – теории множеств), и тогда определение графа таково: Граф – это конечное множество X, состоящее из n элементов ($X = \{1, 2,...n\}$) называемых вершинами графа, и подмножество V декартова произведения $X \times X$, называемое множеством дуг. Ориентированным графом G (орграфом) называется совокупность (X, V). Неориентированным графом называется совокупность множеств X и множества неупорядоченных пар элементов, каждый из которых принадлежит множеству X. Дугу между вершинами i и j, $i, j \in X$, будем обозначать (i, j). Число дуг графа будем обозначать ( ( , ,... )). 1 2 m m V = v v v Подграфом называется часть графа, образованная подмножеством вершин вместе со всеми рёбрами (дугами), соединяющими вершины из этого множества. Если в графе удалить часть рёбер (дуг), то получим частичный граф. Две вершины называются смежными, если они соединены ребром (дугой). Смежные вершины называются граничными вершинами соответствующего ребра (дуги), а

это ребро (дуга) - инцидентным соответствующим вершинам. Граф называется полным, если каждые две вершины его соединены одним и только одним ребром. Граф, для которого из (i, j)∈V следует (j,i)∈V называется симметричным. Если из (i, j)∈V следует (j,i)∉V , то соответствующий граф называется антисимметричным. Язык графов оказывается удобным для описания многих физических, технических, экономических, биологических, социальных и других систем. Вершины в графе могут отличаться друг от друга тем, скольким рёбрам они принадлежат. Степень вершины называется число рёбер графа, которым принадлежит эта вершина. Степень графа ещё называют его валентностью и обозначают d(v) . Вершина графа, для которой d(v) = 0, является изолированной, для которой d(v) =1– висячей. Вершина называется нечётной, если d(v) – нечётное число. Вершина называется чётной, если d(v) – чётное число. Степень каждой вершины полного графа на единицу меньше числа его вершин. В графе G(V,E) сумма степеней всех его вершин – число чётное, равное удвоенному числу рёбер графа. Число нечётных вершин любого графа чётно. Во всяком графе с n вершинами, где n ≥ 2, всегда найдутся, по меньшей мере, две вершины с одинаковыми степенями

**Практическая работа**

Задание 1. Изобразите графически:

1. Неориентированное и ориентированное ребро;
2. Неориентированный граф G(V,E), заданный множеством V={v0, v1, v2, v3, v4, v5} E(v0)={v1,v2}={v0,v2,v4}; E(v1)={v0,v2,v4}; E(v2)={v0,v1,v5}; E(v3)={v4}; E(v5)={v2};
3. Плоский граф;
4. Полный неориентированный граф на трех, четырех и пяти вершинах;
5. Неполный ориентированный граф на пяти вершинах;
6. Петлю графа;
7. Неориентированный и ориентированный мультиграф

**Практическая работа «Вероятность в профессиональных задачах»**

Цель

- решать задачи на вероятность

Средства обучения:

- методические указания для проведения практических занятий (карточки – задания).

Виды практической работы:

- решение задач

**Практическая работа**

1. В лотерее 1000 билетов. На пять билетов падает выигрыш 1000 руб, на пятнадцать билетов – 500 руб, на двадцать три билета – 200 руб, на сто двадцать билетов – 100 руб, на триста билетов – 50 рублей, остальные без выигрыша. Какова вероятность выиграть билет не менее ста рублей?
2. В пакете тридцать конфет: 16 с молочным шоколадом и 14 с горьким шоколадом. Какова вероятность вынуть из пакета:
   а) конфету с молочным шоколадом
   б) с белым шоколадом
3. В корзине 7 белых и 3 черных шара. Наудачу вынимают 5 шаров. Найти вероятность того, что среди выбранных шаров окажется 3 белых шара.
4. В цехе работают двенадцать мужчин и три женщины. По табельным номерам наудачу отобраны восемь человек. Найти вероятность того, что среди отобранных лиц окажется две женщины.
5. Студент пришел на экзамен, зная лишь 24 вопроса из 30. Какова вероятность того, что студент знает оба вопроса, заданные ему экзаменатором?
6. Студенты получили путевки в 5 санаториев. Два студента в первый санаторий, четыре студента во второй санаторий, пять студентов в третий санаторий, четыре студента в четвертый санаторий, пять студентов в пятый санаторий. Какова вероятность того, что три студента поедут отдыхать в один санаторий?

7. Для производственной практики на тридцать студентов предоставлено 13 мест в Уфе, 6 мест в Нефтекамске, и 11 мест в Стерлитамаке. Какова вероятность того, что три определенных студента попадут на практику в один город?
8. У туристов было 7 банок с мясом, 4 банок с овощами, и 9 банок с кашей. Во время дождя надписи на банках были смыты. Туристам нужно открыть три банки. Какова вероятность того, что все три открытые банки окажутся с различным содержимым?
9. В магазин поступило 35 холодильников, 5 из которых имеют заводской дефект. Случайным образом выбирают один холодильник. Какова вероятность того, что он будет без дефекта?
10. В корзине находится 15 гвоздей, 4 шурупа, 5 дрелей, 11 саморезов, 4 уровня и 2 рулетки. Найти вероятность того, что предмет который вынут из корзины будет:

    а) уровнем

    б) дрелью

**Практическая работа «Составление таблиц и диаграмм на практике»**

Цель

- Чтение диаграмм

Средства обучения:

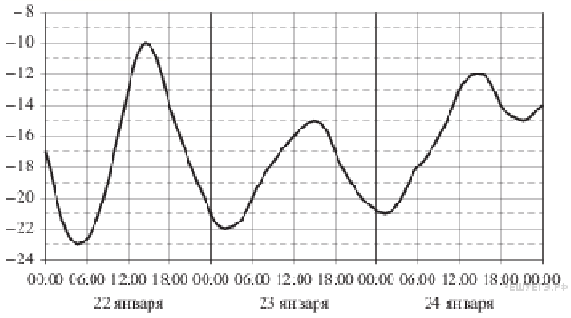
- методические указания для проведения практических занятий (карточки – задания).

Виды практической работы:

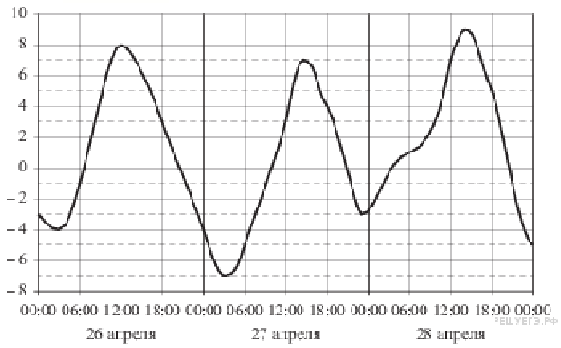
- решение задач

**Практическая работа**

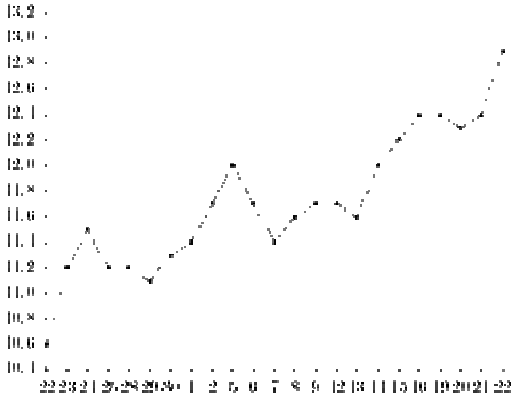
1) На рисунке показано изменение температуры воздуха на протяжении трех суток. По горизонтали указывается дата и время суток, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Определите по рисунку наибольшую температуру воздуха 22 января. Ответ дайте в градусах Цельсия.



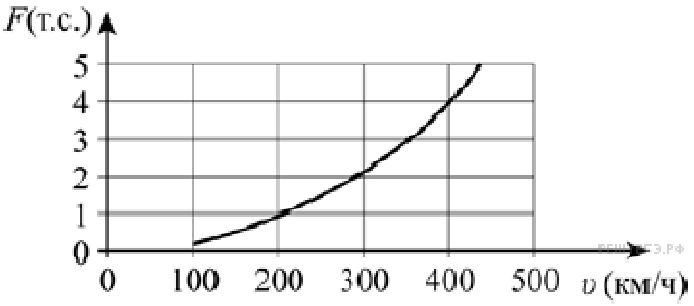

2) На рисунке показано изменение температуры воздуха на протяжении трех суток. По горизонтали указывается дата и время суток, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Определите по рисунку наименьшую температуру воздуха 27 апреля. Ответ дайте в градусах Цельсия.



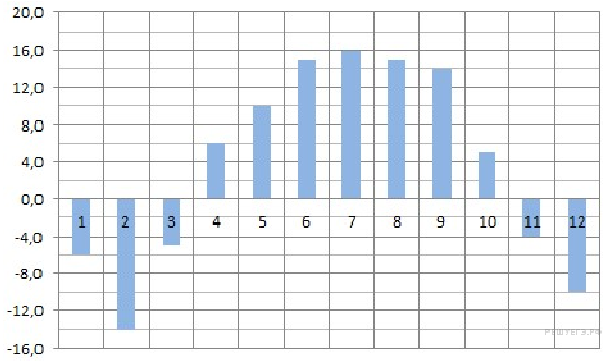
3) На рисунке жирными точками показан курс евро, установленный Центробанком РФ, во все рабочие дни с 22 сентября по 22 октября 2010 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена евро в рублях. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, сколько рабочих дней из данного периода курс евро был ровно 41,4 рубля.



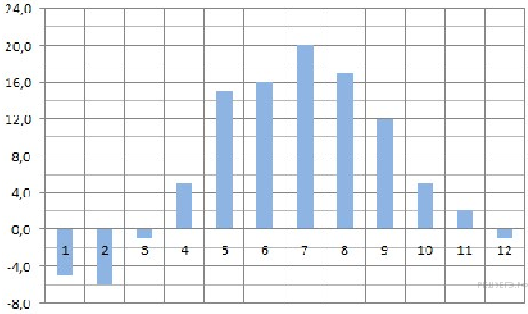
4) Когда самолёт находится в горизонтальном полёте, подъёмная сила, действующая на крылья, зависит от скорости движения. На рисунке изображена эта зависимость для некоторого самолёта. На оси абсцисс откладывается скорость (в километрах в час), на оси ординат — сила (в тоннах силы). Определите по рисунку, чему равна подъёмная сила (в тоннах силы) при скорости 200 км/ч.



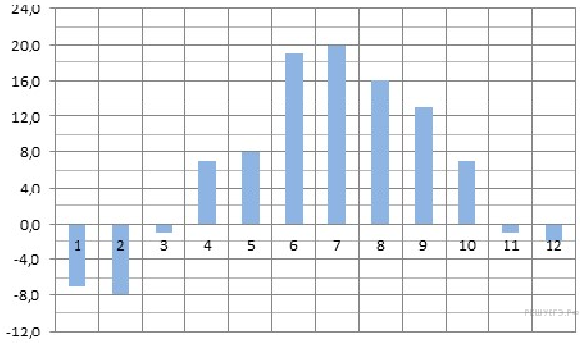

5) На диаграмме показана среднемесячная температура в Нижнем Новгороде (Горьком) за каждый месяц 1994 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме наименьшую среднемесячную температуру в 1994 году. Ответ дайте в градусах Цельсия.



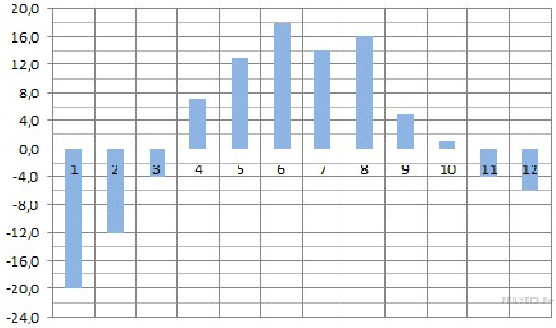

6) На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Минске за каждый месяц 2003 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме наибольшую среднемесячную температуру в 2003 году. Ответ дайте в градусах Цельсия.



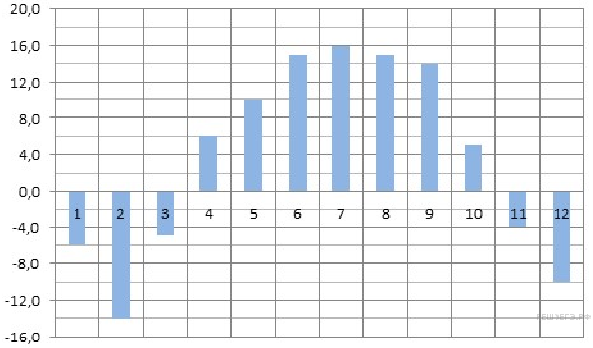

7) На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Санкт-Петербурге за каждый месяц 1999 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме наименьшую среднемесячную температуру во второй половине 1999 года. Ответ дайте в градусах Цельсия.



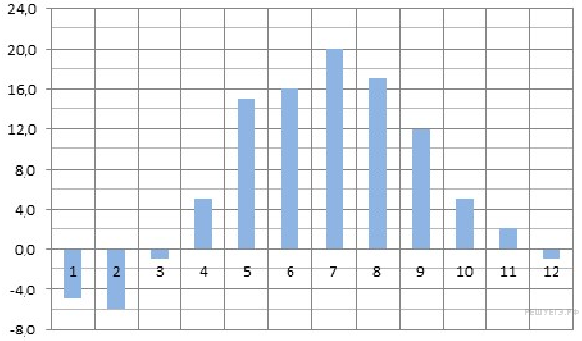

8) На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Екатеринбурге (Свердловске) за каждый месяц 1973 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме наибольшую среднемесячную температуру во второй половине 1973 года. Ответ дайте в градусах Цельсия.



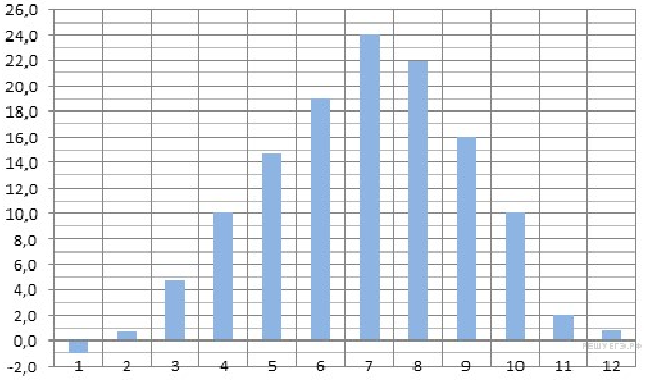

9) На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Нижнем Новгороде (Горьком) за каждый месяц 1994 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме, сколько было месяцев с положительной среднемесячной температурой.



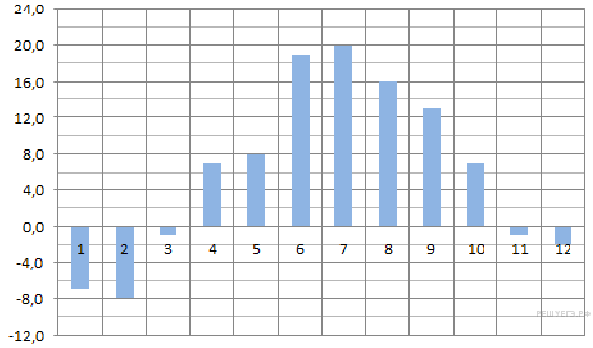
10) На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Минске за каждый месяц 2003 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме, сколько было месяцев, когда среднемесячная температура была отрицательной.



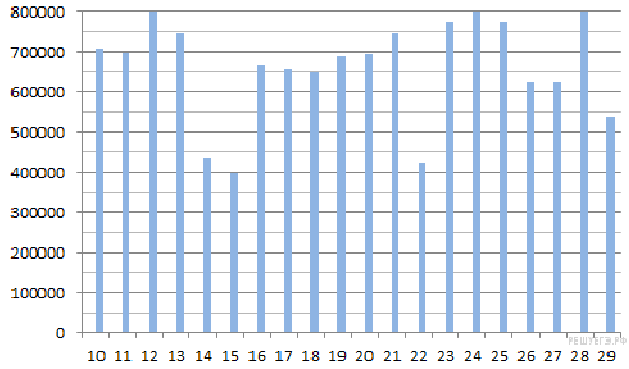

11) На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Симферополе за каждый месяц 1988 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме, сколько было месяцев, когда среднемесячная температура превышала 20 градусов Цельсия.



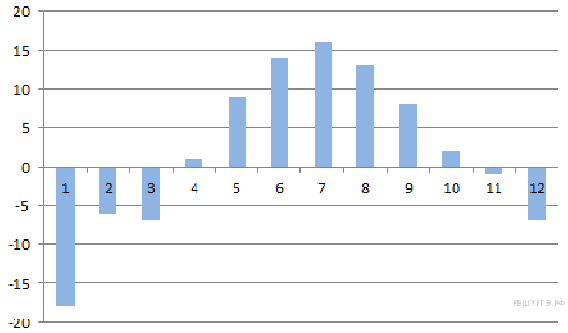

12) На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Санкт-Петербурге за каждый месяц 1999 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме, сколько было месяцев, когда среднемесячная температура не превышала 4 градусов Цельсия.



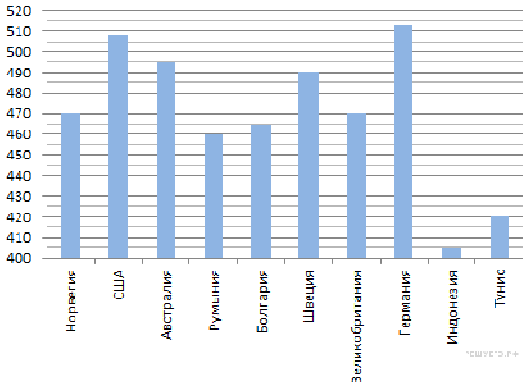

13) На диаграмме показано количество посетителей сайта РИА Новости во все дни с 10 по 29 ноября 2009 года. По горизонтали указываются дни месяца, по вертикали — количество посетителей сайта за данный день. Определите по диаграмме, какого числа количество посетителей сайта РИА Новости было наименьшим за указанный период.



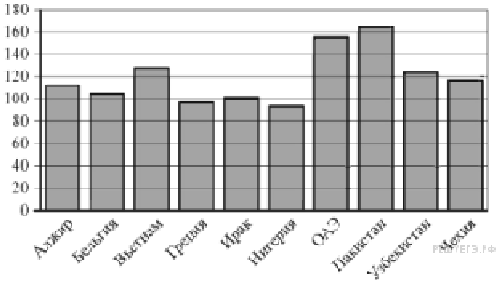

14) На диаграмме показана средняя температура воздуха (в градусах Цельсия) в Санкт-Петербурге за каждый месяц 1988 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме, сколько было месяцев, когда среднемесячная температура была выше нуля.




15) На диаграмме показан средний балл участников 10 стран в тестировании учащихся 8-го класса по математике в 2007 году (по 1000-балльной шкале). Найдите средний балл участников из Болгарии.




16) На диаграмме показано распределение выбросов углекислого газа в атмосферу в 10 странах мира (в миллионах тонн) за 2008 год. Среди представленных стран первое место по объёму выбросов занимал Пакистан, десятое место — Нигерия. Какое место среди представленных стран занимала Чехия?




**Практическая работа «Составление и решение профессиональных задач с помощью уравнений»**

Цель

- Решать задачи с помощью уравнений

Средства обучения:

- методические указания для проведения практических занятий (карточки – задания).

Виды практической работы:

- решение задач

**Практическая работа**

**1.** Из пункта *A* в пункт *B* одновременно выехали два автомобиля. Первый проехал с постоянной скоростью весь путь. Второй проехал первую половину пути со скоростью 24 км/ч, а вторую половину пути – со скоростью, на 16 км/ч большей скорости первого, в результате чего прибыл в пункт В одновременно с первым автомобилем. Найдите скорость первого автомобиля. Ответ дайте в км/ч.

**2.** Из пункта *A* в пункт *B* одновременно выехали два автомобиля. Первый проехал с постоянной скоростью весь путь. Второй проехал первую половину пути со скоростью, меньшей скорости первого на 13 км/ч, а вторую половину пути – со скоростью 78 км/ч, в результате чего прибыл в пункт В одновременно с первым автомобилем. Найдите скорость первого автомобиля, если известно, что она больше 48 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

3. Из пункта *A* в пункт *B*, расстояние между которыми 75 км, одновременно выехали автомобилист и велосипедист. Известно, что за час автомобилист проезжает на 40 км больше, чем велосипедист. Определите скорость велосипедиста, если известно, что он прибыл в пункт *B* на 6 часов позже автомобилиста. Ответ дайте в км/ч.

4. Велосипедист выехал с постоянной скоростью из города *A* в город *B*, расстояние между которыми равно 70 км. На следующий день он отправился обратно в *A* со скоростью на 3 км/ч больше прежней. По дороге он сделал остановку на 3 часа. В результате велосипедист затратил на обратный путь столько же времени, сколько на путь из *A* в *B*. Найдите скорость велосипедиста на пути из *B* в *A*. Ответ дайте в км/ч.

5. Велосипедист выехал с постоянной скоростью из города *A* в город *B*, расстояние между которыми равно 98 км. На следующий день он отправился обратно со скоростью на 7 км/ч больше прежней. По дороге он сделал остановку на 7 часов. В результате он затратил на обратный путь столько же времени, сколько на путь из *A* в *B*. Найдите скорость велосипедиста на пути из *A* в *B*. Ответ дайте в км/ч.

6. Два велосипедиста одновременно отправились в 240-километровый пробег. Первый ехал со скоростью, на 1 км/ч большей, чем скорость второго, и прибыл к финишу на 1 час раньше второго. Найти скорость велосипедиста, пришедшего к финишу первым. Ответ дайте в км/ч.

7. Два велосипедиста одновременно отправились в 88–километровый пробег. Первый ехал со скоростью, на 3 км/ч большей, чем скорость второго, и прибыл к финишу на 3 часа раньше второго. Найти скорость велосипедиста, пришедшего к финишу вторым. Ответ дайте в км/ч.

8. Из двух городов, расстояние между которыми равно 560 км, навстречу друг другу одновременно выехали два автомобиля. Через сколько часов автомобили встретятся, если их скорости равны 65 км/ч и 75 км/ч?

9. Из городов А и В, расстояние между которыми равно 330 км, навстречу друг другу одновременно выехали два автомобиля и встретились через 3 часа на расстоянии 180 км от города В. Найдите скорость автомобиля, выехавшего из города А. Ответ дайте в км/ч.

10. Расстояние между городами А и В равно 435 км. Из города А в город В со скоростью 60 км/ч выехал первый автомобиль, а через час после этого навстречу ему из города В выехал со скоростью 65 км/ч второй автомобиль. На каком расстоянии от города А автомобили встретятся? Ответ дайте в километрах.

**Практическая работа «Решение задач. Уравнения и неравенства»**

Цель

- решать уравнения
- решать неравенства

Средства обучения:

- методические указания для проведения практических занятий (карточки – задания).

Виды практической работы:

- решение задач

**Практическая работа**

1. Решить уравнение:

3x-6=5x+10

2. Решить уравнение:

5x+7=3x-9

3. Решить уравнение:

10x-3=5-6x

4. Решить систему уравнений методом подстановки:

$$\begin{cases} 2x - 4y = -8 \\ -x + 6y = 8 \end{cases}$$

5. Решить систему уравнений методом подстановки:

$$\begin{cases} 4x - 3y = 15 \\ 3x - 4y = 6 \end{cases}$$

6. Решить систему уравнений методом подстановки:

$$\begin{cases} 4x - 7y = 15 \\ -2x + 6y = -10 \end{cases}$$

7. Решить систему уравнений методом подстановки:

$$\begin{cases} 3x + 5y = 19 \\ 9y - 2x = 12 \end{cases}$$

8. Решить систему уравнений методом сложения:

$$\begin{cases} 3x - 2y = 1 \\ 12x + 7y = -26 \end{cases}$$